**ВВЕДЕНИЕ**

В последнее время основной тенденцией развития геометрического образования в современной школе является ориентация на обучение, в котором основную роль играют принципы гуманизации и гуманитаризации образования. Это выражается в индивидуально-личностном подходе в обучении. Стоит задача создания курса геометрии, учитывающего возрастные и личностные особенности учащихся , дифференцированное обучение, индивидуальные склонности и способности, индивидуальный опыт учащихся, а также отвечающего принципам развивающего обучения.

При таком подходе важно усиление роли геометрии в начальной школе и в 5-6 классах, а также осуществление принципа фузионизма. Особое внимание должно уделяться развитию пространственных представлений.

Одним из направлений развития ПП является формирование проективных представлений у учащихся. Вслед за психологами и ведущими методистами Глейзер, Якиманской, Пиаже под проектированными представлениями будем понимать не только умение выполнять изображение плоских и пространственных фигур, но и умение читать чертеж, а также умение создать в сознании образ фигуры, которым можно мысленно оперировать (не пользуясь чертежом или моделью).

Традиционно изучение геометрии начинается с 7 класса, а изучение стереометрии с 10 класса и вызывает у учащихся серьезные трудности. Психологами доказано, что «выход в пространство» возможен уже в 5-6 классах и наиболее безболезен именно в этом возрасте. (Но методической литературы для этого практически нет!)

В связи со всем вышесказанным ясна актуальность выбранной темы.

Цель моей работы – рассмотрение теоретической стороны вопроса, а также создание методически обоснованной системы упражнений, методических рекомендаций к их использованию.

**Психолого – педагогический анализ проблемы**

Как показали исследования психологов, возрасту 7-12 лет присущи яркость восприятия объектов, наглядно-образная память, интерес к окружающему миру, богатое воображение, быстрая и лёгкая усвояемость материала. Наличие этих качеств способствует развитию пространственных представлений младших школьников.

Результаты этих исследований позволяют сделать вывод, что учащиеся младших классов не плохо подготовлены к восприятию теоретических сведений о пространственных формах и их изображений на плоскости, легко справляются с заданиями на преобразование элементов изображения, вычленяют геометрические формы, с интересом составляют задачи на развёртки объёмных предметов, по наглядному изображению, учатся изображать их графически.

Весьма важен вопрос о наиболее оптимальных возрастных периодах с точки зрения психологии развития пространственных представлений у учащихся. Ребёнок, как отмечают психологи, вступает в школу с чрезвычайно слабой функцией интеллекта, с грандиозной функцией памяти, и ещё большей функцией восприятия, что является базой образного мышления. Шестаков отмечает, что в младшем школьном возрасте преобладают наглядно-действенное и образное виды мышления.

Итак, образное мышление учащихся наиболее интенсивно развивается в младшем школьном возрасте, а поэтому пространственное мышление (как разновидность образного мышления) желательно формировать в младшем школьном возрасте.

Целесообразность и возможность формирования пространственного мышления младших школьников подтверждается психологическими и педагогическими исследованиями. Целесообразность определяется так же и физиологическими данными. Так И.Рубинштейн, рассматривая способность сравнивать пространственные формы в трёхмерном пространстве, выделяет *плоскостной глазомер,* позволяющий сравнивать фигуры на плоскости расположенной перпендикулярно зрительной оси и *глубинный,* способный сравнивать пространственные формы в глубину, причём, восприятие плоскостной картины не вызывает глубинных ощущений. Формирование пространственных представлений требует восприятия именно трёхмерных объектов для вызывания глубинных ощущений лежащих в основе представлений.

Итак, надо использовать образный опыт учащихся и постоянно стремиться к более полному и эффективному применению возможностей *видения*. Поэтому учащиеся в процессе обучения должны встречаться с разнообразными моделями, развёртками, с изображениями объёмных и плоских фигур, причём в разных соотношениях, разных положениях, а базой должно являться формирование глубинных ощущений.

Исследования показали, что развитие глубинного зрения приходится на младший и средний школьный возраст. На уроках математики в это время изучают преимущественно плоские фигуры. Поэтому оптимальный период для развития пространственных представлений оказывается упущенным. Именно с 7 до 15 лет прогрессирует скорость и точность зрительных пространственных функций. По данным Корнеевой, которая занималась диагностикой пространственных представлений , представления о геометрических фигурах находятся в стадии прогрессивного развития до 15 лет. Именно в детском возрасте наблюдается наиболее тесная связь между развитием плоскостных и объёмных представлений, что свидетельствует о неестественности раздельного изучения плоских и объёмных фигур в курсе средней школы.

Психологические исследования показаливозможность

формирования пространственных представлений младших школьников, доступность для них заданий, связанных с деятельностью механизма представливания. Так, по мнению Якиманской, младшие школьники готовы к усвоению знаний о пространственных формах, отношениях, методах их изображения на плоскости. В исследованиях Четверухина дети справлялись с изображениями фигур в параллельной проекции в 1 классе.

Четверухин в своих исследованиях успешно обучал семилетних детей рисованию трёхмерных объектов, приучая их отличать то, что представляют об объекте, тем самым развивая рефлексивные способности. Учитывая, что из основных целей обучения в школе выделяются развитие личности и её творческих способностей, необходимо на протяжении всего курса изучения математики обращать внимание на развитие образного мышления учащихся, т. к. оно является одной из составляющих творческого мышления. Кроме того образное мышление является базой для формирования логического мышления, лежит в основе формирования образов понятий, отсутствие которых не позволяет говорить о сознательном усвоении понятия. Образное мышление является основой для решения стереометрических практических задач, способствует изучению геометрии. Кроме того, развитие образного мышления при изучении математики предоставляет учащимся не только логического, но и образного пути познания геометрии, что означает большую доступность этого предмета.

При изучении геометрии рассматривается такая разновидность образного мышления, как пространственное мышление. Значит, изучая с учащимися конкретный геометрический материал, надо формировать соответствующие качества пространственного мышления. Психологи выделяют такие качества образного мышления как сложность восприятия, неоднозначность образов и др. Структурным элементом пространственного мышления является преобразование. Оперативной единицей пространственного мышления являются образы. Содержание образов определяется той наглядностью, с помощью которой формируется этот образ. Но предъявление наглядной основы ещё не определяет однозначно характер образа. Наполнение образа конкретным содержанием зависит от той деятельности, в которой организуется наблюдение на наглядной основе. Каждый образ включает в себя субъективные моменты, определяемые уровнем развития личности, субъективным опытом и уровнем владения создания образов.

Итак, содержание образов зависит от:

1) наглядности, на основе которой формируется образ;

2) деятельности, в которой он формируется;

3) индивидуальных способностей субъекта, который создаёт образ;

4) функции образа в конкретной задаче.

Эти аспекты необходимо учитывать при формировании пространственных представлений учащихся. Эти свойства и отношения являются содержанием пространственных образов. Вследствие этого, создание любого пространственного образа требует определённого абстрагирования от конкретного образа. Продуктом пространственного мышления является обобщение конкретных единичных образов. Создание пространственных образов требует организации специальной деятельности, направленной на выделение пространственных характеристик, конкретной наглядности в конкретных образах.

Можно выделить две ступени использования пространственного мышления, которые определяют цели его развития;

1. для ориентации в окружающем пространстве, необходимое для всех;
2. творческая - для формирования и развития созидающей личности.

Рассмотрим первую ступень использования пространственного мышления. Определяющей характеристикой восприятия пространства, как считают психологи, является способность к произвольной смене точки отсчёта. Ведущая роль этой способности отличает пространственное мышление от других разновидностей образного мышления. Как отмечал Рубинштейн, переход от фиксированной точки отсчёта ,связанной с субъектом, к произвольной, не зависящей от него, является стержнем понимания пространства. Способность к произвольной смене точки отсчёта определяется способностью произвольного изменения положения пространственного объекта, его элементов, а значит характеризует такое качество пространственного мышления, которое психологи определяют как динамичность. Изменение системы отсчёта позволяет найти такую позицию наблюдателя, из которой субъект, рассматривая пространственные фигуры, знакомится с плоскими фигурами, полученными как проекции пространственных на определённые плоскости. Такое появление плоских фигур при изучении геометрии оправдано психологически. Плоские представления являются производными от пространственных и есть результат абстрагирования от последних. Другая последовательность появления плоских и пространственных фигур в процессе обучения, что имеет место в действующих программах, противоречит процессу познания, тормозит развитие рефлексивных способностей учащихся.

Итак, динамичность лежит в основе формирования проективных представлений, позволяет использовать идею совместного изучения плоских и пространственных фигур и позволяет осуществлять переход к жизненной геометрии, когда плоские фигуры появляются как производные от объёмных. Динамичность, рассматриваемая как изменение структуры пространственных образов, лежит в основе умения учащихся строить сечения пространственных фигур.

В школе, обычно, жизненные ситуации или объекты разлагаются в элементы, представляющие уже некоторую абстракцию. Учащимся предлагается изучить отдельные стороны или части, а затем синтезировать их и применять полученные знания на практике, в жизни. Например, при изучении геометрии учащиеся рассматривают точки, отрезки, плоские фигуры, которые при применении требуют умения абстрагировать, обобщать, изучать их свойства. Далее предлагается использовать их на практике, что для них крайне затруднительно. Фактически, учащимся не предоставляется возможность целостного охвата явления. Целостность восприятия необходима для создания образов, а так же для продуктивных способов решения задач. Она способствует не только целостному видению какой-нибудь геометрической фигуры, но в первую очередь видения взаимного положения объектов, их элементов. Она является основополагающей при решении задач без использования алгоритмов в процессе решения. При решении стереометрических задач сначала появляется пространственный образ искомого объекта, а затем логически обосновывается или опровергается его правильность. Восприятия слова учащимися будет тогда эффективным, когда оно будет связано с чувственным восприятием, с образными ассоциациями. Исследования Лурии показали, что люди с пораженными задними отделами коры головного мозга, где расположены зрительные участки коры головного мозга могли понимать значения отдельных слов, узнавать отдельные предметы, но смысл предложений, где суть заключается не в отдельных словах, а в связях между ними, им понять трудно. Это означает, что зрительная основа нужна для уяснения понимания текста путём работы внутреннего видения, создание внутренне представляемых схем, отношений объектов. Т.е. наличие образа является необходимым условием понимания словесных выражений.

Возможность усвоения знаний младшими школьниками на таком уровне подтверждается данными психологов, которые утверждают, что на стадии конкретных операций дети 7-12 лет интуитивно-конкретно способны усваивать большую часть идей современной математики.

Говоря о формировании понятий, следует отметить, что в школе сейчас реализован такой подход, когда понятие и представление формируются параллельно, причём речь о формировании собственно представлений не идёт. Оно выступает скорее как опора для формирования понятия, как наглядность. Такой подход имеет ряд недостатков:

* при формировании понятия и представления, с понятием учащиеся связывают в основном конкретные, единичные представления, а вторичные, обобщенные образы не создаются или в них включаются несущественные признаки;
* у детей высокая способность к одновременному установлению связей между предметами, но она остается невостребованной, т.к. динамические представления об отношениях между объектами не формируется;
* начинается формирование логического и образного мышления одновременно, хотя в разном возрасте соотношение между этими видами мышления у ребёнка различное.

Формирование понятий должно следовать за этапом формирования представлений. Причём, представления должны получить интенсивное развитие в младшем школьном возрасте. Формирование представлений не должно ограничиваться только представлениями о фигурах, очень важно формирование представлений об отношениях между фигурами и их элементами. Именно отношения между объектами наиболее значимы и устойчивы в характеристике пространственных представлений.

Единичные представления постепенно перерастают в обобщенные представления, устанавливаются связи между ними, происходит классификация, частичная систематизация обобщенных представлений, установление иерархических отношений между ними, позволяющие максимально приблизить представления к понятиям.

Считая, что данное из вне понятие формируется в той мере, в которой оно является продуктом мыслительной деятельности учащихся, следует давать не пассивные знания, а формировать у детей умственные действия, с помощью которых они смогут добывать знания сами. Интеллект, по Пиаже, представляет собой совокупность операций, у истоков которых внешние материализованные действия. В своём завершённом виде эти операции представляют собой действия, но интериоризованные, сокращенные, связанные друг с другом в систему. В основу обучения должна быть положена деятельность.

Согласно Пиаже, только в ходе личных исследований, когда ребёнку предоставлена свобода для поиска, происходит его развитие. Поэтому попытки управлять этим процессом не всегда могут достичь желаемых результатов. Важно предоставлять ребёнку максимальную самостоятельность, самодеятельность в процессе конструирования новых операций. Ребёнку надо позволить играть свободно, необходимо обеспечить его игровым материалом, т.к. готовая истина есть только половина истины.

Развитие образного мышления остаётся без внимания, а может быть даже тормозится формированием логического мышления при не учёте сенситивных периодов развития различных видов мышления. Учащийся «не только объект, но и субъект», поэтому речь должна идти не только об управлении мыслительным процессом из вне, но и о том, чтобы обеспечить рациональное самоуправление или саморегулирование в процессе учебной деятельности. А для этого необходимо воздействовать на личность учащихся, учитывая уже сложившиеся индивидуально-психологические особенности.

Методика начального знакомства учащихся с геометрическими фигурами, телами и их свойствами.

**Методика знакомства учащихся с неопределяемыми понятиями курса геометрии – точкой, прямой, плоскостью.**

Что такое любое определение какого-либо понятия? Оно состоит в том, что новое определяемое понятие описывается с помощью уже известного, определённого понятия. Но это «уже известное» понятие должно было быть когда-то определено с помощью ещё ранее известных и т.д. В конце концов мы придём к таким понятиям, которые нельзя определить, потому что при определении не на что «ссылаться»: никаких «уже известных» (определённых) понятий нет. Это так же относится и к геометрии: существуют фигуры, дать чёткое определение которым невозможно. Однако, необходимо иметь представления об этих фигурах на понятийном уровне. Понятия, обозначающие эти фигуры, в геометрии называются основными понятиями. Основные понятия рассматриваются без определений, однако мы все имеем ясное представление о них из повседневной жизни. К числу основных понятий относятся точка, прямая, плоскость.

Введение этих понятий в 5-6 классе даётся на интуитивном уровне, с опорой на жизненный опыт учащихся. Представление о точке, например, дают тела ничтожно малые: пылинка, звезда на небе (для смотрящего с Земли); о прямой - натянутая нить или очень узкий световой луч; о плоскости - поверхность стола, стена, поверхность воды. Однако все эти примеры не дают полного представления о прямой или плоскости по следующей причине: все физические тела имеют может быть очень большой, но конечный размер. В геометрии прямая и плоскость бесконечны; их надо представлять себе неограниченно продолженными во всех направлениях.

Существует так же ещё другой подход, использующий идею движения. Так прямую можно получить как след от движущейся светящейся точки; плоскость - как движение прямой; а пространство -как движение плоскости.

Итак, с опорой на жизненный опыт ребёнка или используя идею движения, основные понятия можно ввести выше описанными способами. Но если вспомнить, что в первой главе мы говорили о первичности пространственных форм, то естественно вырисовывается другой подход к введению основных понятий. Его можно осуществить с помощью моделей многогранников и тел вращения, которые помогут сформировать у учащихся понятия о точке, прямой, плоскости.

В процессе наблюдения предметов окружающей действительности, различных моделей геометрических фигур, прежде всего многогранников (сплошных, каркасных, прозрачных), в процессе манипулирования ими учащиеся знакомятся с понятиями «точка», «прямая», «плоскость». Так, на примере вершин многогранников дети получают первые представления о точке, рёбер многогранников - о прямой (части прямой), граней многогранников - о плоскости (части плоскости). Действительно, точка естественно понимается как вершина, причём, это представление подтверждается и закрепляется с помощью осязания, а именно, колющее ощущение при ощупывании. Это объясняется тем, что у учащихся 5-6 классов хорошо развито моторно-мышечное мышление. Но здесь следует обратить внимание на такой момент. Знакомство с понятием точки на примере вершин многогранников или многоугольников может привести к неверному представлению у учащихся, что только вершины многогранников (многоугольников) и являются точками, а там, где нет вершин, - нет и точек. В связи с этим необходимо показать, что точки - это не только вершины, что вершины являются только примерам точек. Для осмысления данного факта учащимся следует ответить на следующие вопросы:

1)Сколько вершин у квадрата? Можно ли считать, что квадрат состоит

из четырёх точек? Есть ли у квадрата точки, не являющиеся

вершинами? Где они располагаются? Покажи на рисунке.

2)Сколько вершин у куба? Можно ли считать , что куб состоит только из

восьми точек? Есть ли в кубе точки, не являющиеся вершинами? Где

они могут располагаться? Покажи на моделях.

При рассмотрении понятий прямой и плоскости важнейшей задачей

является формирование у учащихся представлений о таком

существенном свойстве данных фигур как бесконечность.

Предотвращению устойчивых ошибок в формировании начальных представлений о прямой и плоскости, знакомству с одним из основных свойств (а именно – бесконечностью, будет способствовать рассмотрение особых моделей. Например, модель куба, у которого все рёбра продолжены в обе стороны, будет помогать учащимся в осознании того факта, что ребро многогранника - это лишь часть прямой, а сама прямая продолжается неограниченно в обе стороны; модель куба, у которого некоторые грани продолжены во все стороны, будет помогать формировать представление о плоскости как о бесконечной фигуре, а о грани многогранника - как только её части.

Необходимо формировать представления учащихся о таком свойстве прямой и плоскости, как отсутствие у них «кривизны». В этом плане очень важны разнообразные чувственные ощущения учащихся при работе с моделями фигур - как зрительные, так и тактильные: проводя рукой по граням, учащиеся не находят углублений или выпуклостей, проводя рукой по рёбрам, они получают ощущение «прямизны».

Важным приёмом здесь является приём сопоставления и противопоставления: при рассмотрении понятий прямой и плоскости с помощью моделей многогранников учащимся необходимо продемонстрировать примеры «кривых» поверхностей и линий. Это позволит им наиболее чётко представить отличия прямой и плоскости в этом плане от других фигур.

Важным этапом в формировании представлений о понятиях точки, прямой и плоскости является работа, в процессе которой учащиеся выясняют особенности изображения данных фигур на бумаге. В процессе этой работы наиболее чётко прослеживается абстрактный характер этих понятий. Так, выясняется, что никакое изображение точки, прямой, плоскости не может быть принято за саму точку, прямую, плоскость. Любое их изображение является лишь удобной договорённостью, позволяющей представить данные понятия визуально. Таким образом, уже на этом этапе работы очень важно начинать и последовательно проводить работу по формированию у школьников представлений об абстрактности изучаемых в геометрии понятий и связанных с этим проблем.

Можно считать, что представления о неопределяемых понятиях курса геометрии у учащихся сформированы , если они могут приводить примеры точек, прямых, плоскостей на предметах окружающей обстановки (классной комнаты, здания и т.д.), моделях геометрических фигур, имеют представления об их основных свойствах, понимают их абстрактный характер.

После того как введены основные понятия, следующие появляются естественно. Например, «бросив» точку на прямую, получим два луча; «бросив» две точки получим отрезок и т.д.

После начального знакомства учащихся с точкой, прямой и плоскостью следует перейти к установлению различных связей между этими понятиями и перейти к формированию у учащихся представлений о взаимном расположении этих фигур.

**Методика знакомства учащихся с понятиями пересечения и объединения фигур, формирования у них представлений о геометрической фигуре как множестве точек.**

В решении этого вопроса нам так же помогут модели многогранников, т.к. даже при рассмотрении самой простой пространственной фигуры - куба, можно проиллюстрировать все основные отношения.

Итак, после начального знакомства с точкой, прямой и плоскостью  
необходимо (как мы уже отмечали) начать установление отношений  
между рассмотренными фигурами. Целесообразны следующие

упражнения:

* Сколько вершин проходит через указанные две вершины куба? Через две другие вершины?
* Сколько прямых пройдёт через две противоположные вершины куба?
* Через две противоположные грани куба провели прямую. Будет ли эта прямая лежать в плоскости грани куба?
* У нас даны три точки. На примерах многогранников проверь, будут ли три точки лежать в одной плоскости?
* Сколько плоскостей проходит через три точки?
* Может ли случиться так, что через две точки пройдут две (три) плоскости?
* Какое наибольшее количество плоскостей могут определять четыре точки?

Эти задания позволяют на наглядной основе, с активным привлечением многогранников, подвести учащихся к установлению основных связей между указанными понятиями: через две точки проходит единственная прямая; если прямая проходит через две точки плоскости, то она лежит в этой плоскости; через три точки, не лежащие на одной прямой, проходит единственная плоскость; четыре точки не обязательно лежат в одной плоскости.

На начальных этапах изучения геометрии необходимо развивать и поддерживать интерес учащихся к предмету, стимулировать их познавательную активность. Поэтому важны упражнения, которые интересны детям, не трафаретны, и, кроме того, позволяющие эффективно развивать геометрические представления учащихся, их «геометрический кругозор». Можно предложить следующие задания:

* Назови многогранник, рёбра которого определяют 4,5,6,7,...10 прямых
* Назови многогранник, грани которого определяют 3,4,5,...10 плоскостей
* Назови многогранник у которого 4,5,6,...П вершин
* Поставь в тетради 1 (2, 3)точку. Сколько прямых образуется, если рассмотреть ещё все вершины углов классной комнаты и соединить их с твоей точкой?
* Рассмотри возможные случаи взаимного расположения 5 точек. Какие фигуры при этом могут получиться?
* У куба отрезали один угол. Сколько у получившегося многогранника вершин, рёбер, граней? Отрезали ещё один угол. Сколько будет вершин, рёбер, граней? Есть ли закономерность?

При знакомстве учащихся с неопределяемыми понятиями необходимо целенаправленно проводить работу по формированию у них представлений о разнообразных геометрических формах, начальных сведениях об их свойствах. В этом помогут упражнения такого типа:

• Сколько вершин, граней, рёбер у куба и прямоугольного  
параллелепипеда? Чем похожи эти фигуры, а чем они отличаются?

• Сколько вершин у треугольной призмы? 4-угольной? 5-угольной?  
Нельзя ли заметить закономерность?

•Сколько вершин у треугольной пирамиды? 4-угольной? 5-угольной? Нет ли закономерности?

•Какими фигурами являются грани куба, параллелепипеда, треугольной пирамиды?

•Верно ли утверждение, что квадрат, треугольник, прямоугольник являются частью плоскости?

•Сколько плоскостей определяют основания цилиндра, конуса?

•Сколько прямых определяют стороны треугольника, квадрата, ромба, пятиугольника?

•Сколько плоскостей определяется вершинами треугольника, квадрата, шестиугольника?

•Сколько плоскостей определяется точками окружности, круга, трапеции?

На основании рассмотрения всех указанных упражнений фиксируется важнейшее свойство геометрических фигур: фигуры бывают плоскими и пространственными; плоские фигуры обладают тем свойством, что они лежат в одной плоскости; для пространственных фигур это не так.

Учитывая тот факт, что в дальнейшем учащимся придётся неоднократно использовать модели плоских фигур, очень важно на данном этапе зафиксировать принципиальные отличия между моделями пространственных и плоских фигур. Учащимся предлагается обсудить такие вопросы:

1. мы вырезали из листа бумаги или картона вот такие фигуры (учитель держит модели плоских фигур); эти фигуры плоские или пространственные?
2. когда мы говорим , что это квадрат(учитель показывает модель квадрата), треугольник(показывает модель) и т. д., что мы не принимаем во внимание, отчего мы отвлекаемся?

Выясняется, что любая модель плоской фигуры на самом деле является пространственным объектом, и только для удобства и практических нужд мы пренебрегаем некоторыми размерами этих объектов (толщиной) и считаем, что имеем дело с плоской фигурой.

Для рассмотрения вопроса о взаимном расположении точек, прямых и плоскостей так же необходимы модели многогранников. Как уже было сказано, даже на модели куба можно показать все основные отношения, а именно: параллельность, перпендикулярность, пересечение и даже скрещивание. Для этого лучше всего подойдёт каркасная модель куба, а лучше «ёжик», т.е. каркасная модель куба с продолженными рёбрами. На таких моделях хорошо видны взаимные расположения прямых. Для рассмотрения взаимного расположения прямой и плоскости можно использовать обычную спицу и лист плотной бумаги или «стереометрический ящик». Взаимное расположение плоскостей хорошо рассматривать используя опять же модели многогранников.

При изучении данной темы можно широко использовать такие приёмы мыслительной деятельности, как «анализ» и «синтез». Для этого рассмотрим систему упражнений:

• Синтез.

1. Есть одна точка. Через неё можно провести прямую? Как? Сколько можно провести прямых?
2. Есть две точки. Через них можно провести прямую? Как? Сколько можно провести прямых? Почему?
3. Есть три точки. Как они могут быть расположены? Сколько через них можно провести прямых? Почему? (Серию таких задач можно продолжить для большего числа точек).
4. Есть прямая. Сколько точек может быть на этой прямой?
5. Есть прямая и точка. Как они могут быть расположены? А как могут быть расположены прямая и две точки?
6. Есть плоскость и точка. Как они могут быть расположены?
7. Есть прямая и две точки. Как они могут быть расположены.
8. Есть плоскость и прямая. Как они могут быть расположены?
9. Есть две прямые а и Ь. Как они могут быть расположены?

10. Если прямые пересекаются, то сколько общих точек они могут иметь?

11.Какое из следующих высказываний верно: у пересекающихся прямых

две общие точки; у пересекающихся прямых только одна общая точка.

В каждом случае вывод обоснуйте. 12. Даны три прямые. Как они могут быть расположены? Сколько они

могут иметь точек пересечения? На сколько частей эти прямые

разбивают плоскость?

Можно продолжить эту «цепочку». Важно, чтобы эта система упражнений была «непрерывной», позволяющей удовлетворить потребности каждого ученика. При выполнении этих упражнений формируется такое качество мышления, как математическая интуиция, которая именно здесь выступает в «чистом виде», т.к. никакие знания и умения её « не заслоняют ».

• Анализ

Возможности формирования анализа при изучении этого раздела весьма ограничены, однако уже можно решать следующие задачи:

1. Мы хотим провести прямую. Сколько и каких точек мы должны взять для этого на плоскости?
2. Мы хотим на плоскости провести две ( 3, 4) прямые. Сколько для этого на плоскости нужно отметить точек?

З.Мы хотим разбить плоскость на 2,3,4 части . Как нужно провести для этого прямые и как они могут быть расположены?

4.Что мы должны знать про две прямые, чтобы сказать, что они пересекаются.

Изучая возможные расположения четырёх точек, можно сравнить два рисунка:

На одном из них изображён четырёхугольник с двумя диагоналями, а на другом - контур треугольной пирамиды. Это тоже очень поучительно, и об этом можно сказать в данном разделе.

Знакомство с понятиями объединения и пересечения фигур, части фигуры, осуществляется через непосредственное манипулировании с различными моделями фигур. Учащиеся должны иметь набор моделей пространственных и плоских фигур. Моделей плоских фигур должно быть три комплекта - два комплекта, выполненных из картона, один - из прозрачной плёнки.

Сначала с учащимися рассматриваются следующие упражнения (сначала без применения термина «объединение», а затем используя данный термин при ответах):

•составь из двух кубов прямоугольный параллелепипед ; какие фигуры можно составить из 3,4 одинаковых кубов?

•составь из цилиндра и конуса «башню».

•даны два прямоугольных параллелепипеда; составь из них три различных прямоугольных параллелепипеда.

•из двух квадратов составь прямоугольник; из двух прямоугольников составь пятиугольник, шестиугольник.

•объединением каких фигур является поверхность куба, прямоугольного параллелепипеда, тетраэдра, четырёхугольной пирамиды?

•объединением каких фигур являются каркасные модели многогранников?

•объединением каких двух (3,4) фигур можно представить куб, квадрат, пирамиду, треугольник?

После этого учащиеся на основе наглядных представлений, интуиции и своего жизненного опыта знакомятся с понятием «часть фигуры». Можно рассмотреть вопросы:

* какие фигуры являются частью прямой, отрезка, луча?
* назови известные нам различные части многогранников и тел вращения.
* «отрежем» от куба некоторую часть ;какими известными вам фигурами может быть эта часть ?
* может ли шар быть частью куба?; а наоборот?
* частью чего можно считать любую пространственную фигуру?
* назови части плоских фигур

Затем проводится работа по введению понятия пересечения фигур аналогично тому, как это делалось с введением понятия объединения фигур. Сначала с учащимися рассматриваются упражнения:

* возьмите два одинаковых куба и приложите их друг к другу так, чтобы какая-нибудь часть одного куба была одновременно частью и другого куба, т.е. была общей частью этих двух кубов; покажите случай, когда общей частью будет вершина, ребро грань, часть ребра, часть грани, точка, отрезок.
* может ли общей частью двух кубов быть прямая, луч, плоскость?
* возьмите модели плоских фигур (одна из картона, а другая, равная первой, из прозрачной плёнки) и покажите, как они должны располагаться, чтобы:

а) треугольники имели общую часть, являющиеся точкой, вершиной,  
стороной, частью стороны, треугольником, четырёхугольником,  
пятиугольником, шестиугольником;

б) квадраты имели общую часть, являющуюся вершиной, точкой,  
стороной, частью стороны, треугольником, четырёхугольником, пятиугольником, шестиугольником, семиугольником,

восьмиугольником; во всех ли случаях данные плоские фигуры обязаны лежать в одной плоскости?

• с помощью моделей покажите случай, когда пересечением двух равных кубов является вершина, точка, ребро, отрезок, квадрат, грань, треугольник.

Указывается, что в математике вместо слов «общая часть фигур» употребляют термин «пересечение фигур», который в дальнейшем и будем пользоваться. Далее выполняются упражнения, направленные как на отработку применения понятия «пересечение фигур», так и на выяснение некоторых свойств геометрических фигур , прежде всего связанных с их формой (Может ли пересечением двух кубов быть куб? Может ли пересечением куба и шара быть шар? Куб? Параллелепипед?).

После знакомства учащихся с указанными понятиями формулируется вопрос, являющийся центральным при переходе к этапу формирования у учащихся представлений о любой геометрической фигуре как множестве точек: что является частью такой фигуры, как точка? В процессе обсуждения этого вопроса устанавливается важнейшее свойство точки, заключающееся в том, что никакая другая фигура не является частью точки и в этом смысле точка является самой простой, самой основной фигурой.

При рассмотрении различных случаев пересечения двух прямых, двух отрезков, прямой и окружности, прямой и сферы прямой и плоскости обращается внимание на то, что во всех данных случаях пересечением является точка (или точки). Обобщая с помощью учителя полученные результаты, учащиеся делают вывод, что точка не только является частью любой фигуры, но и любая фигура состоит из точек, или, как говорят в математике, представляет собой множество точек.